第9章 暂态电路（复习）

- **知识点1：一阶电路含暂态过程响应**

含暂态过程响应产生的原因：

1、换路 → 开关通断、电路结构与参数突然改变以及电源的突变等。

2、电路内部含有储能元件 L、C

电路内部含有储能元件 L、C，电路在换路后，储能元件存储能量发生变化，而能量的储存和释放都需要一定的时间来完成。因而电路由原来的稳定状态达到一个新的稳定状态需要经历一个过渡过程，该过程通常很短暂，称为暂态过程。

相关概念：

1、一阶电路：电路方程为一阶微分方程的电路，常见只含有一个储能元件（L或C）或可以等效化简为一个储能元件的电路。
2、电路状态：t_0时刻的电容电压值$u_C(t_0)$和电感电流值$i_L(t_0)$称为电路在t_0时刻的状态。
3、一阶电路响应：一阶电路的响应是各种能量来源共同作用于电路的结果。能量来源有两方面:(1) 外施激励（独立源）,称为输入;(2) 储能元件存储能量，由电路状态决定。因而，某时刻t_0之后的响应由输入和t_0时刻电路状态共同决定。

那么，从线性电路叠加角度考虑响应问题，响应可分为零输入相应、零状态响应和全响应。

知识点1.1 零输入响应：

零输入响应 → 换路后外施激励为零(无独立源)，仅由电路初始状态产生的响应。

(1) 一阶电路的零输入响应一般形式为：

$$x(t)=x(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$x(t)$ → 电路某处的电压和电流的零输入响应

$x(0^+)$ → 电压和电流换路后的初始值

τ → 电路的时间常数

注：对于电路结构和元件参数确定的电路，时间常数是确定的，即任一电压电流响应的时间常数是相同的。

(2) 时间常数τ

RC电路：$\tau = RC$

RL电路：$\tau = L/R$

R为除C或L外所余二端网络的除源等效电阻。

(3) 一阶电路的零输入响应和电路初始状态成线性关系。

$x(t)$ 与 $u_c(0^+)$或$i_L(0^+)$成线性关系

知识点1.2 零状态响应：

(1) 一阶电路的零状态响应一般形式为：

$$x(t)=x_s(t)+Ae^{-\frac{t}{\tau}}$$

$x(t)$ → 电路某处的电压和电流的零状态响应

$x_s(t)$ → 响应的稳态解，变化规律与激励（独立源）一致，为电路换路后达到稳定状态时响应解。

$Ae^{-\frac{t}{\tau}}$ → 响应的暂态解。

τ → 电路的时间常数

注：对于电路结构和元件参数确定的电路，时间常数是确定的，即任一电压电流响应的时间常数是相同的。

知识点1.2 全响应：

全响应=零输入响应+零状态响应

注意：零输入响应和电路初始状态成线性关系，零状态响应和输入（独立源）成线性关系；但全响应与初始状态或输入（独立源）无成线性关系结论。

- **知识点2：一阶电路全响应求解：三要素法**

零输入响应 → $x'(t)=x(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}$

零状态响应 → $x''(t)=x_s(t)+\mathrm{A}e^{-\frac{t}{\tau}}$

全响应 → $x(t)=x'(t)+x''(t)$

$$x(t)=x(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}+x_s(t)+\mathrm{A}e^{-\frac{t}{\tau}}=x_s(t)+\left[x(0^+)+\mathrm{A}\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$=x_s(t)+\mathrm{A}'e^{-\frac{t}{\tau}}$$

三要素公式：

$$x(t)=\boxed{x_s(t)}+\left[\boxed{x(0^+)}-\boxed{x_s(0^+)}\right]e^{-\frac{t}{\boxed{\tau}}}$$

$x_s(t)$ → 响应的稳态解，即换路后电路达到稳定状态时的响应。$x_s(0^+)$为$t=0^+$代入 $x_s(t)$所得值。

$x(0^+)$ → 响应在换路后初始时刻的解。

τ → 电路的时间常数。

注 意 利用微分方程求解一阶电路响应问题转化为求解电路的三个要素的问题。

$$x(t)=x_s(t)+\left[x(0^+)-x_s(0^+)\right]e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (1)$$

当换路后，电路的激励(独立源)为直流电源时，

$x_s(t)=$常数$=x(\infty)$，那么$x_S(0^+)=x(\infty)$，则(1)式改写为：

$$x(t)=x(\infty)+\left[x(0^+)-x(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}} \qquad (2)$$

注 意 (1)式为三要素广义公式, 适用于各种情况,(2)式适用换路后激励为直流电源或无激励（独立源）的情况。

总结三要素法：利用三要素求解一阶电路含暂态过程响应的方法。

一、$x(0^+)$: 换路后响应的初始值。(1)求$u_C(0^-)$和$i_L(0^-)$ (2)$u_C(0^+)=u_C(0^-)$或$i_L(0^+)=i_L(0^-)$;(3) 将电容用电压源替代，电压值为$u_C(0^+)$，将电感用电流源替代，电流值为$i_L(0^+)$，画出$t=0^+$时刻电路等效图；(4)利用电路分析方法求解。

二、$x_S(t)$或$x(\infty)$：换路后电路达到稳定状态解，利用电路分析方法求解。注意在直流稳态电路中，C相当于开路，L相当于短路。

三、τ：电路时间常数。$\tau=RC$ 或$\tau={}^{L}/_{R}$，R为除C或L外所余二端网络的除源等效电阻。

概念辨析：

已知某电路换路后为一阶电路，电路中某电压u全响应为：

$$u(t)=6-4e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t\ge 0$$

求该电压的零输入响应和零状态响应？

全响应：$u(t)=u(\infty)+\left[u(0^+)-u(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t\ge 0$ ✓

零输入响应：　$u'\cancel{(t)=}\,u(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}$

零状态响应：　$u''(t)=\cancel{u}(\infty)-u(\infty)e^{-\frac{t}{\tau}}$

条件不足，无法求解！

$\cancel{u(\infty)=6\text{V}}$

$u(0^+)\,\cancel{-u(\infty)}=-4\text{V}\rightarrow u(0^+)=2\text{V}$

零输入响应：　$\cancel{u'(t)=2e^{-\frac{t}{\tau}}} \quad t\ge 0$

零状态响应：　$\cancel{u''(t)=6}-6e^{-\frac{t}{\tau}} \quad t\ge 0$

换路后，输入（独立源）为直流情况解释：

全响应：　$x(t)=x(\infty)+\left[x(0^+)-x(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$

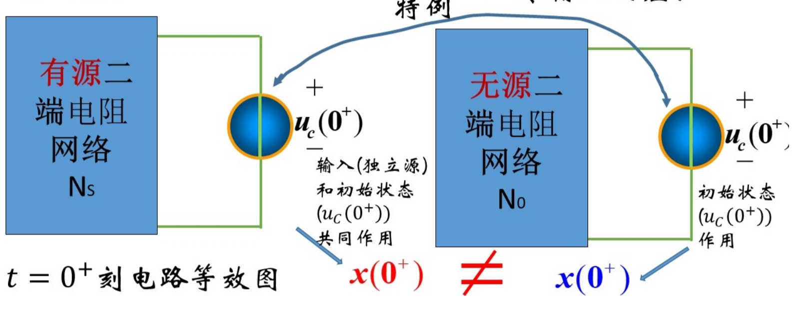
不等

零输入响应：　$x'(t)=x(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}$

无法确定

零状态响应：　$x''(t)=x(\infty)+Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

全响应：　　　　　　　　　零输入响应：



$t=0^+$刻电路等效图

电容电压全响应：$u_c(t)=u_c(\infty)+\left[u_c(0^+)-u_c(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$

电容电压零输入响应： $u_c^{'}(t)=u_c(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}$

电容电压零状态响应： $u_c^{''}(t)=u_c(\infty)-u_c(\infty)e^{-\frac{t}{\tau}}$

电感电流全响应：$i_L(t)=i_L(\infty)+\left[i_L(0^+)-i_L(\infty)\right]e^{-\frac{t}{\tau}}$

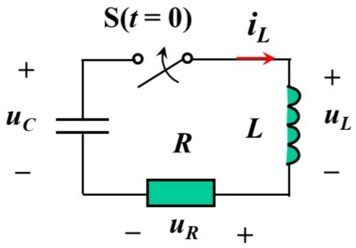
电感电流零输入响应： $i_L^{'}(t)=i_L(0^+)e^{-\frac{t}{\tau}}$

电感电流零状态响应： $i_L^{''}(t)=i_L(\infty)-i_L(\infty)e^{-\frac{t}{\tau}}$

- **知识点3：二阶电路零输入响应**

$u_C(0^+)=u_C(0^-)=U_0$

$\delta=\dfrac{R}{2L}$ $\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$



$\delta=\dfrac{R}{2L}$

$\omega_0=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

总结

临界电阻 $R_k=2\sqrt{L/C}$

a） $\delta^2>\omega_0^2$，即电路参数满足 $R>2\sqrt{L/C}$

衰减非振荡（过阻尼）

b） $\delta^2=\omega_0^2$，即电路参数满足 $R=2\sqrt{L/C}$

衰减非振荡（临界阻尼）

c） $\delta^2<\omega_0^2$，即电路参数满足 $R<2\sqrt{L/C}$

衰减振荡（欠阻尼）

d） $\delta=0$ ，即电路参数满足 $R=0$

等幅振荡